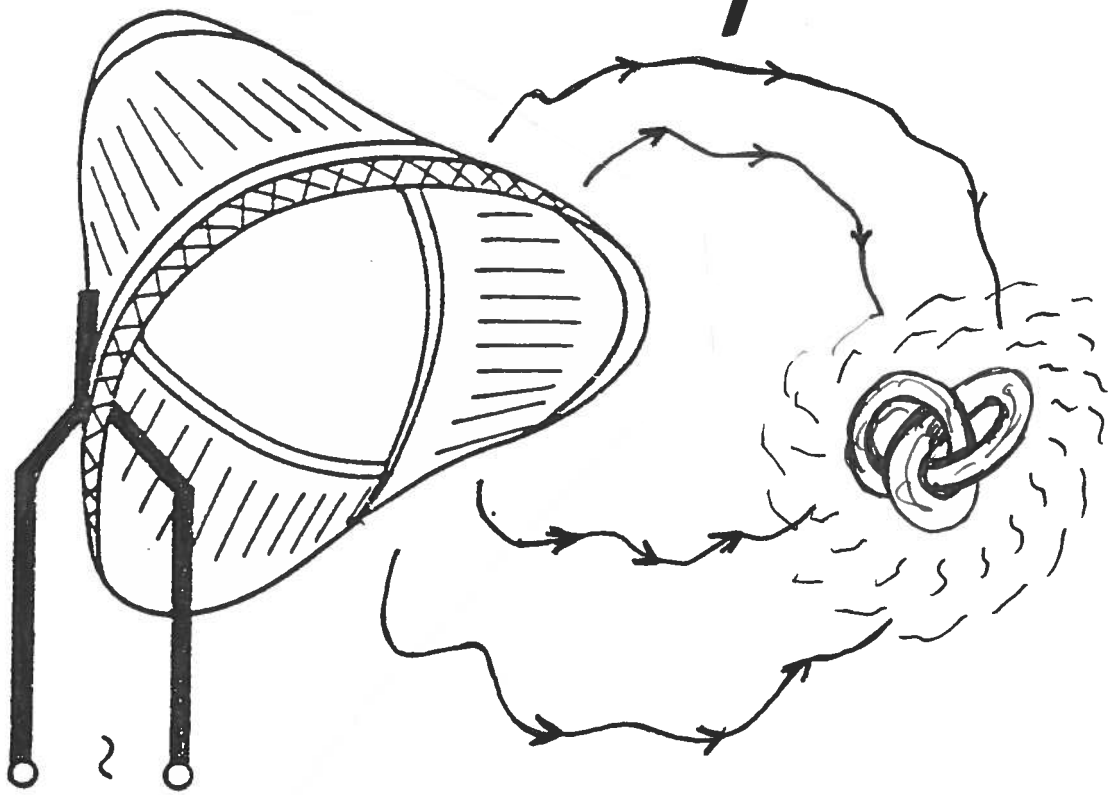


No.20 Oktober 1999

# Het Knoope



# Knaauwertje

## Van de redactie

Welke knopenboekauteur had jij graag wel eens willen ontmoeten? Ik heb al decennialang Clifford Warren Ashley, Hjalmar Öhrvall, Cyrus Lawrence Day, George H. Taber en Henry North Grant Bushby op mijn lijstje staan. Nouja, mijn verkorte lijstje dan, want er zijn er nog veel meer. Vreemd eigenlijk, knopers die al lang dood en begraven zijn en je nog steeds via hun werken aanspreken. Ze hebben ideeën gehad over knopen die vandaag de dag nog gelden en vaak worden herontdekt. Maar hoe zit het nou met al die anoniemelingen die door knopen geobserveerd zijn en waar ik het in het voorwoord van de vorige KK zijdelings over had? Een van mijn collega's, Piet Baijens uit Zwijndrecht, vertelde me dat ie rond 1973 in de jeugdherberg van Sneek verbleef en daar een aantal knopenborden bewonderd had. Iemand enig idee waar *die* nou weer naar toe zijn?? Er zijn veel knopers waar zitten ze?


Afijn, nog levende knopenleggers verzamelen zich binnenkort weer tijdens het ondertussen bijna jaarlijkse **Terschelling** gebeuren. Op 13 november is die grote bijeenkomst. Er zijn reeds een stapel aanmeldingen en Gerard Ruyg van het Klaas Knop Fonds heeft al gezegd dat er vanwege het fonds' 75 jarige bestaan ook iets van hun kant geregeld zou worden. Tuurlijk weet ik niet wat dat zal zijn, maar een ding weet ik wel. Als we nou in Terschelling op de stoep staan moeten we van de keer wel wat echte indrukwekkende knoopjes bij ons hebben. Vorig jaar waren we die "*vergeten*". Of we dat deze keer weer kunnen flikken? Ik denk van niet. De nazaten van Willem Barendtz willen nou wel eens echte knopen van de wal zien. Trouwens, ik weet niet of jij je bordenkwast nog moet maken, maar breng die ook mee naar dat mooie waddeneiland. Oja, als iemand nog een steel nodig heeft, dan heb ik er nog wel een (of twee) te overs. Wil je meer informatie over de bijeenkomst, bel dan even naar Ineke de Kok in Dordrecht (078-6181086). Ze kan je vertellen over de hotel- en veerpont-reserveringen en zo.

Welkom aan de 5 nieuwe leden die zich in Weert bij de KK-gelederen hebben aangeknoopt: André Matthijs (Anderlecht), Bert Somers (Edegem), Johan Bakker (Schoten), Eduard Vaes (Antwerpen) en Eric Bapleu (Antwerpen).

Heb je de website van het gilde al gezien? Dan Callahan in Alaska maakte me er op attent. De site is zeker een bezoekje waard. Het adres is: <http://www.igkt.craft.org/> surf er eens heen en bewonder de internet presentatie van het gilde. Ze zijn zeer ambitieus begonnen, zeg dat wel....

Oja, mocht je nog interesse hebben in oude nummers van KK, dan liggen er op de redactie nog een aantal jaargangen. Wat ze kosten? Net zoveel als toen..... Dat is dan natuurlijk wel inclusief portokosten. Laat ik je verder niet van je geknoop afhouden met mijn gezwam.... Veel plezier!

Pieter.



## Een Weert vol Knopen (Berichten Uit Bornem)

Het heeft niets met knopen te maken, maar kom 's naar Weert en leer daar iets over wrikken. Je weet wel een vletje voortbewegen met één enkele roeiriem. Ik heb nooit geweten dat dat een activiteit is die uit de binnenvaart stamt. Wist jij dat wel, dan? Van Leendert Ros en Bram Plokker heb ik een sluitende pseudo-plausibel klinkende professionele verklaring gekregen waarom dat eigenlijk zo is. Als jij weet waarom wrikken niet van de grote vaart of uit de visserij stamt mag jij zeggen wat jij denkt dat de redenen zouden kunnen zijn ... nee, nee... het heeft nix met knopen te maken..... wat nu volgt wel!

Druk die mooie septemberzondag daar in Weert en warm was het ook. Speciaal uit Engeland hadden Ken Yalden en Jeff Wyatt de reis gemaakt, maar het lijstje aanwezigen is veel langer; In alfabetische volgorde waren er Bert Somers, Bram Plokker, Ineke de Kok, Ria en Henk Luiten, Willy Willaert, Conny en Ronny Wouters, Philippe Casteleyn, Frans de Leersnijder, Leendert Ros van de knoopKlup van Dordt, André Matthijs, Eduard Vaes, Eric Baplu, Johan Bakker. Er waren er nog veel meer, maar daar zijn de namen me van ontschoten. Nouja, ik heb ze trouwens niet eens opgeschreven. Er was ook weer heel veel prachtig knoopwerk te zien. De miniskule knoopjes die Ken Yalden maakt waren er te bewonderen. Die lagen gewoon op de tafel met vergrootglas ernaast. Maar Ken had ook een paar stukjes vakwerk van anderen meegebracht. Zo was er een kleine ditty bag van Tony Doran en wat tot kleding bewerkt zeildoek van de Amerikaan Antonio Souza. Ken had dat als souvenir van de afgelopen bijeenkomst in New Bedford meegebracht. Op een gegeven moment zag ik ergens ook een stel waarlijk merveiljeuze handvaten voorbij schichtten, maar van de anonieme maker ken ik de naam niet. Nouja, als ik die wel zou kennen, was ie ook niet meer anoniem, wel?

En waar gingen de gesprekken die dag allemaal over? Ik kan natuurlijk weer alleen voor mezelf praten, zoals gewoonlijk, maar er is weer een hoop afgeketst. Jeff Wyatt toonde aan Frans de Leersnijder hoe een enkelstrengige grommer te maken van 12-strengs vierkante platting. Wil je zien hoe een 8-strengs variant te maken kijk dan even in KK3 waar Ineke de Kok het principe al eens uitgelegd heeft [Blz.16-18]. Met Jeff had ik een discussie over het wel of niet enkelstrengig kunnen maken van die dingen met behoud van symmetrie. Volgens Jeff kan het wel, volgens mij niet. Laten we het daar maar bij houden, want ik heb toch gelijk. .... Ria Luiten gaf een impromptu kumihimo demonstratie op de meegebrachte marudai. Ze was een prachtig paars-rose 187.934.887 strengig koord aan het maken. Misschien dat het er nog meer strengen geweest hadden kunnen zijn, want ik raakte zo rond de 150 miljoen de tel eventjes kwijt.

Verder hebben we een hele tros nieuwe leden gevangen. André Matthijs (Anderlecht) een leider van *De Steenschuit*, een werkelozen project, waar men bezig is om een oud schip in ere

## *Het Knoopeknaauwertje - No. 20 oktober 1999*

te herstellen. Boomchirurg Bert Somers (Edegem) zou eens schrijven over welke knopen boomchirurgen gebruiken. De binnenvaartschippers waren rijkelijk vertegenwoordigd.

Ronny Wouters vond er een, die notabene bijna zijn buurman is, en die knopen maakte: Johan Bakker (Schoten). Antwerpenaar Eduard Vaes had al 40 jaar geen knoop meer gemaakt, maar wilde het wel weer eens gaan proberen. Verder was er Eric Bapleu die bezig is aan een rekonstruktie quasi-restauratie van de monumentale *Williwaw*, het schip van Willy de Roos dat in 1977 de beruchte route door de Noordwest Passage in één zomer volbracht. Eric had trouwens een vraagje aan eenieder hoe men schurftplating kon maken en hoe een net onder een boegspriet geknoopt diende te worden. Wil je hem bellen. Zijn nummer is: 03 544 9593. Hij woont aan de Bremboslei 44, 2180 te Ekeren. Willy mompelde iets over een nederlandstalig blaadje met bergbeklimmers knopen. En zo waren er nog meer losse flodders, maar na de zoveelste Slaaikneus ben ik vergeten om aantekeningen te blijven maken. Nouja ik heb ze wel gemaakt, maar ik kan ze niet meer lezen. Verder hebben we genoten van de specialiteiten van Klein Brabant. Mosselen gegeten en Paling in 't Groen tijdens de traditionele mmmm-eating. Zoals gewoonlijk was het er bere gezellig en aan het weer lag het niet. Volgens de weermannen hebben we de warmste september sinds 1702 achter de rug. Oja, van sommige bezoekers, zoals Hesder en Janna Boonstra weten we dat ze stiekum in Weert zijn geweest en gezworen hebben om nog eens terug komen, maar dat moest niet in *Het Knoopeknaauwertje* genoemd worden.

Verder is er natuurlijk al heftig gebabbeld over de komende bijeenkomst op Terschelling. Hoe we die zaterdagmiddag gaan vullen enzo. Hoe we avond (en de rest) vullen staat al vast, maar de KK-lezers mogen alleen de middag knoopzaken tonen. Ria Luiten komt met haar marudai, Leendert Ros gaat gewoon knoopjes tonen, Ineke de Kok heeft altijd wel iets om te laten zien. Jan Hoefnagel kwam touwslaan. Bram Plokker en Henk Luiten hebben gewoon gedreigd acte de presence te zullen geven. Pieter van de Griend weet het zoals gewoonlijk nog niet, maar heeft wel beloofd aanwezig te zullen zijn. Verder is me op dit moment nog niet bekend wie er nog meer het 75 jarige jubileum van het KKF zal bijwonen, maar hopelijk wordt het een grote happening. In het kader van grote happenings was er ook even sprake van een internationale knoopdag, maar als je verder leest in de Agenda zie je dat dat misschien al voor ons geregeld wordt.....

Streekmuseum 'De Zilverreiger'  
Scheldestraat 18, 2880 W eert  
Tel. 03/889 06 03 - Fax. 03/899 16 17

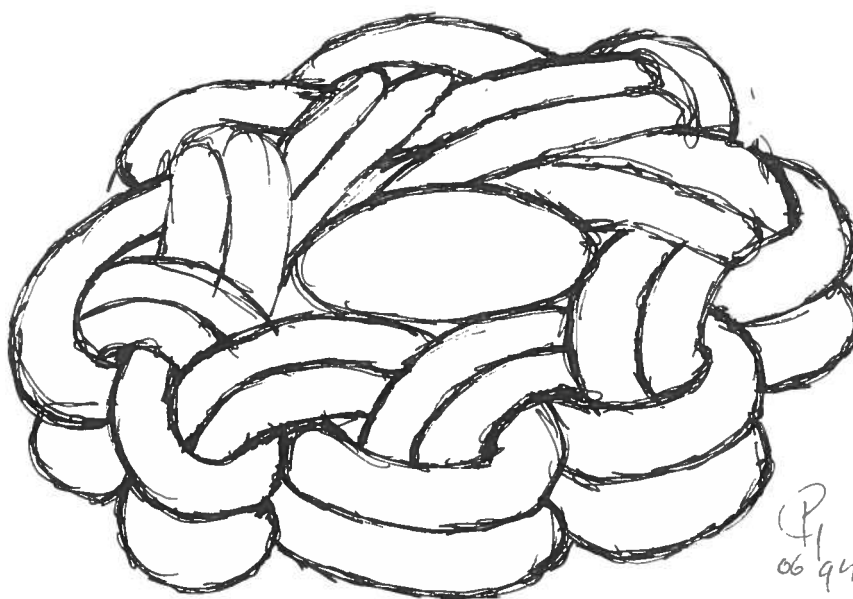


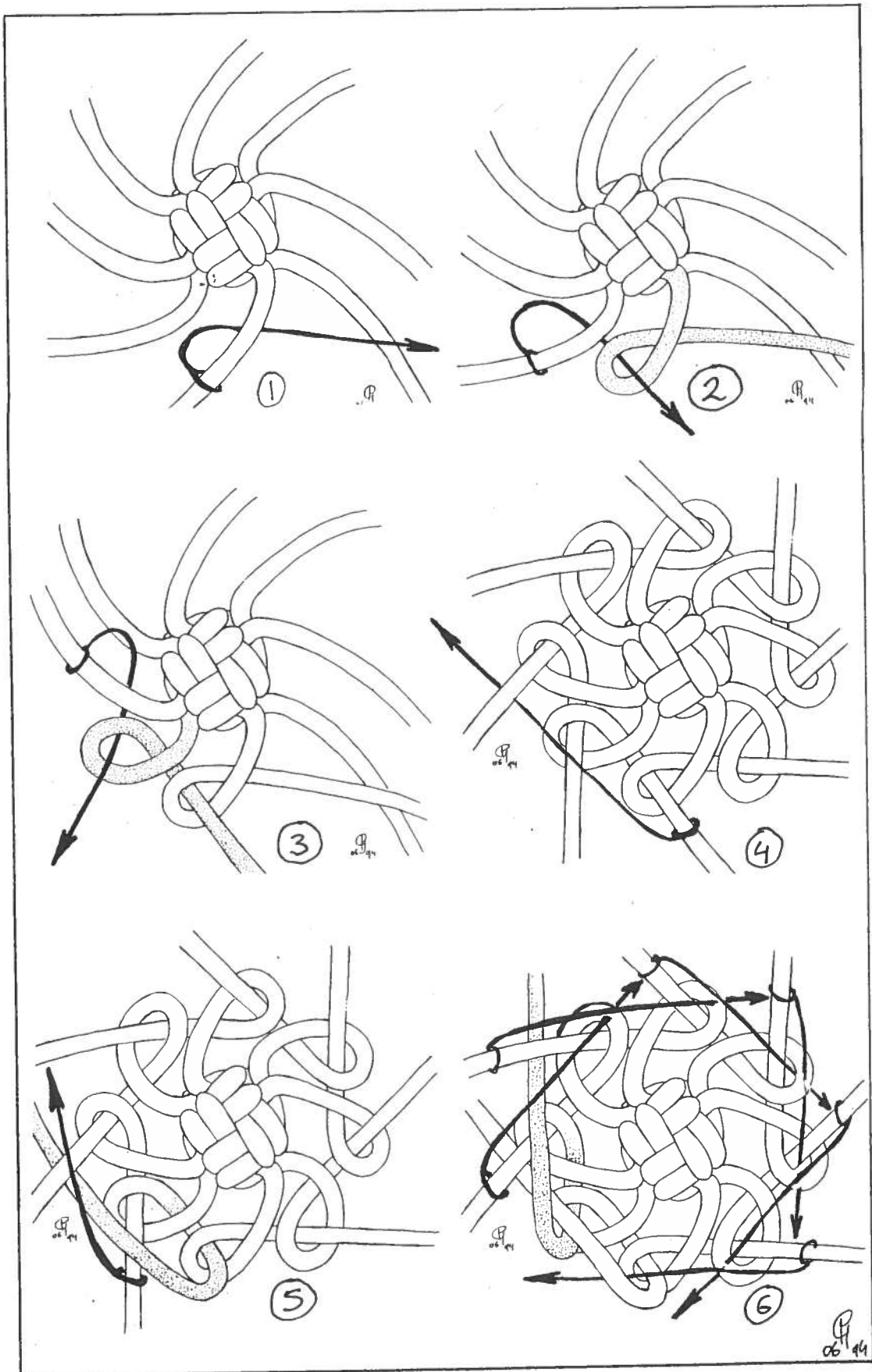
## **De Ster Knoop Aan Het Knobbel Knoopje** **Een Probleem Met Slapeloze Nachten**

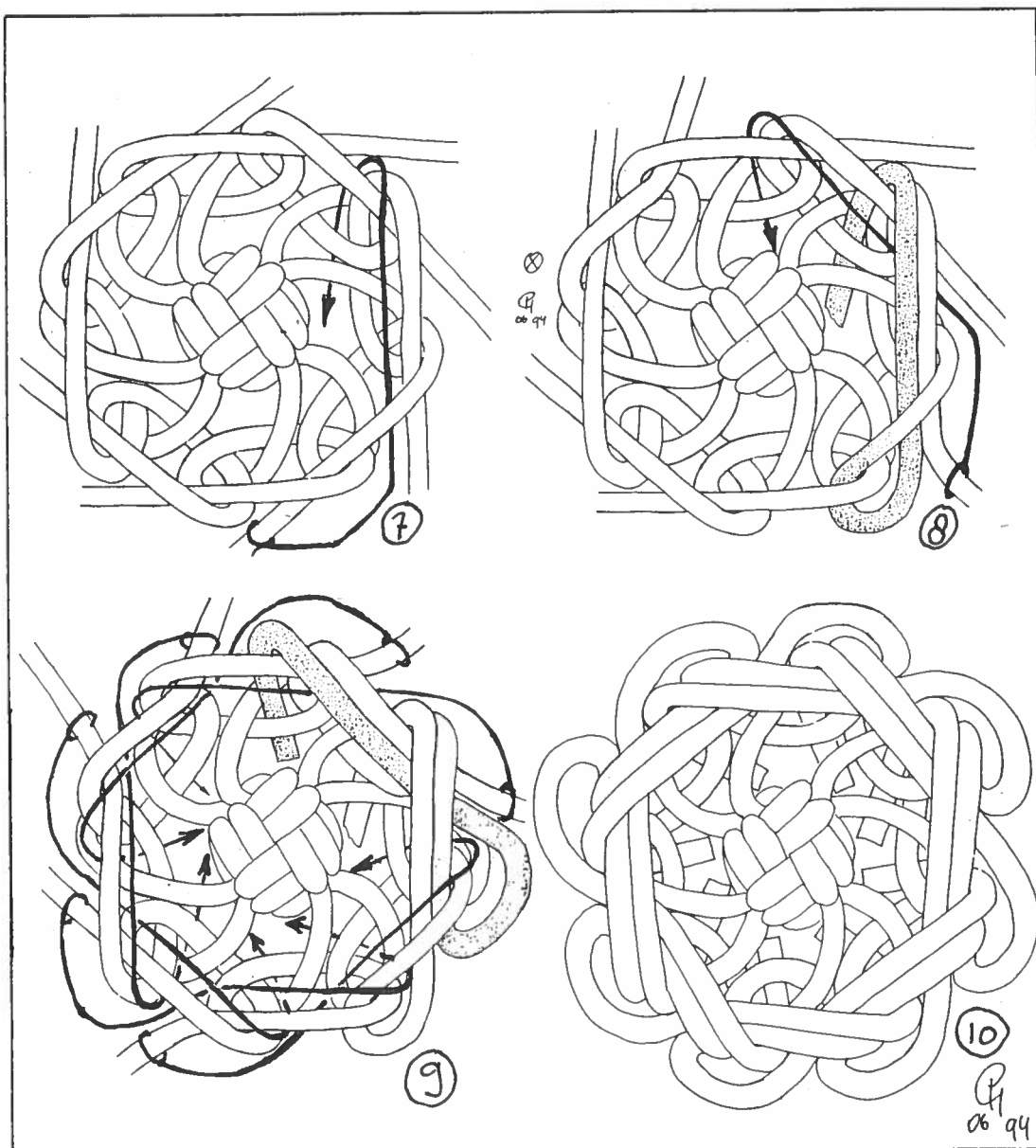
In KK17 zagen we hoe met 5 parten een Ster Knoop van 5 punten te maken in het Julie Knoopje [ABOK #881]. Het sleutelhangerontwerpje, wat ik oorspronkelijk Het Knobbel Knoopje genoemd heb, heeft ook een Ster Knoop maar dan van 8 strengen. Je begint er net als een Vuurtoren Knoopje met een vlechtwerkklusje en een Stopper Knoop, maar maakt dan een Ster Knoop. In de Figuren 1-16 hieronder kun je zien hoe daarbij te keer te gaan. Nadat je het beest van een Kruis Knoop hebt voorzien (zoals in Fig.16) kun je gaan systeemspannen alvorens met het stammetje verder te gaan. Hier duikt echter een probleem op.

In tegenstelling tot de Ster Knoop in de Julie Knoop, die helemaal tussen twee Diamant Knopen ingesloten zit, heeft de Ster Knoop bovenin een Knobbel Knoop sleutelhanger een stabilisatie probleem. Tenzij je de knoop met uithardende verf doordrenkt, kun je hem in de meeste touwsoorten gewoon naar beneden schuiven. Het maakt feitelijk weinig uit hoeveel je de knoop spant. Zelfs het in zijn geheel omdraaien van de knoop helpt niet, want dan kun je hem gewoon de andere kant opschuiven! Mischien dat als je meer punten op de Ster Knoop aanbrengt het probleem zichzelf met veel spanning verhelpt, maar de 8-puntige Ster Knoop zoals hieronder beschreven behoudt het stabiliserings probleem. Als er iemand is die een adequate oplossing voor het probleem kan bedenken, dan hoor ik daar graag van.

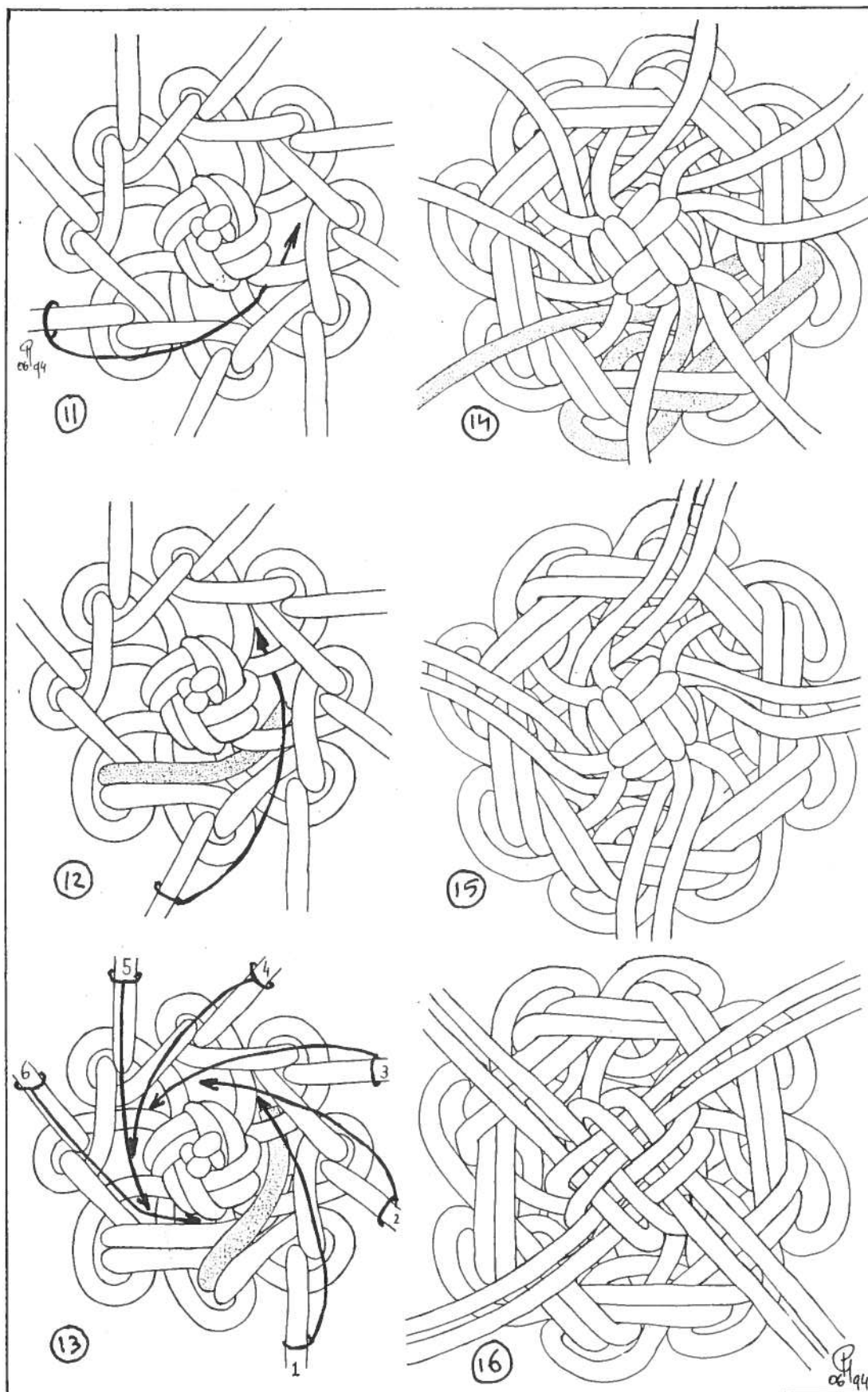
In Figuren 1-6 maak je de karakteristieke schakels en de onderkant van de Ster Knoop.







In de Fig.7-10 verdubbel je de schakels en de onderkant van de Ster Knoop. In Fig.11-13 verdubbel je de bovenkant van de Ster Knoop en werk je de 8 strengen van bovenaf weg. De Fig.14-15 geven weer hoe de 8 strengen onderin de Ster Knoop in 4 paren te groeperen en er een Kruis Knoop mee te maken (Fig.16). Deze Kruis Knoop is erg belangrijk. Maak je hem niet, dan wordt het spannen van de knoop navenant moeilijker. De onderkant zal dan namelijk makkelijker dichttrekken.

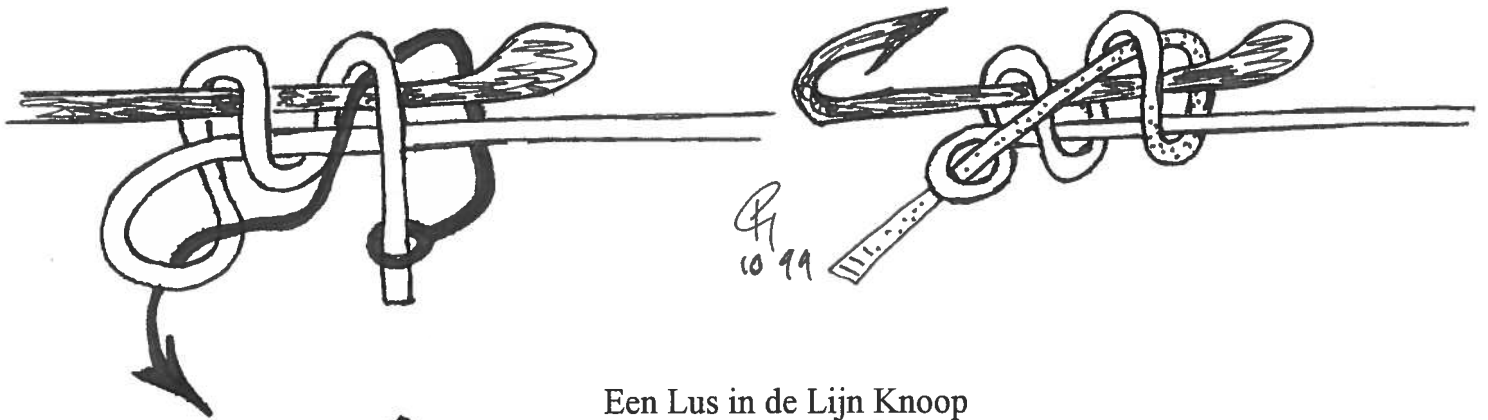




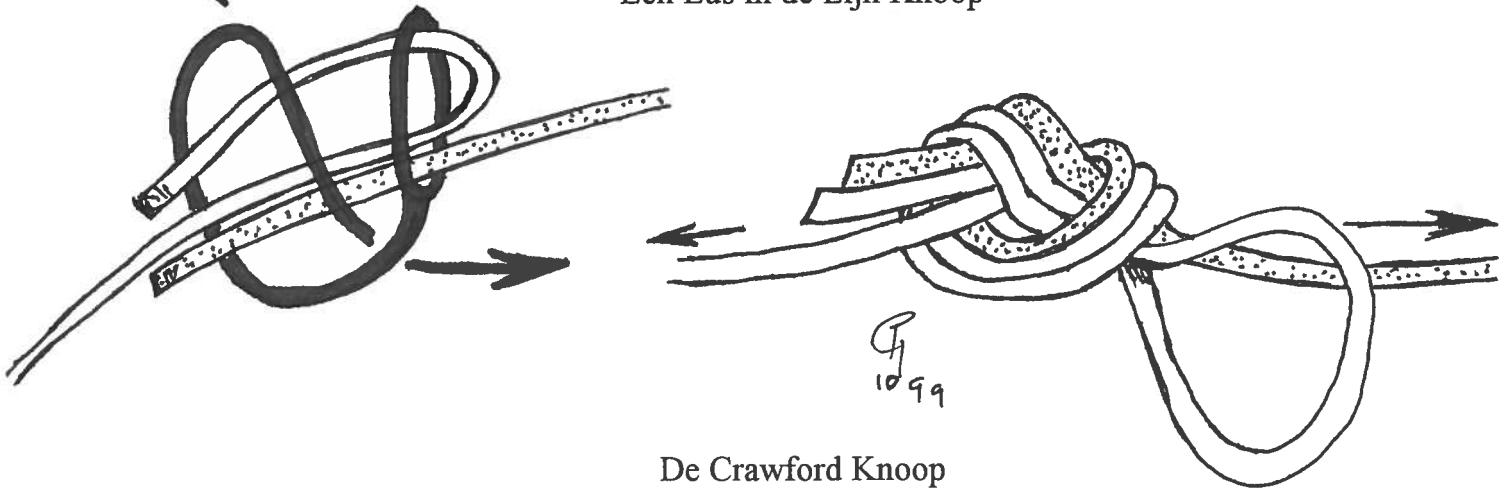
## Pleziervissers Knopen

Dat vissers ware knopen innovatoren zijn was me al lang bekend. In het vissersvak worden knopen zo gruwelijk hard getest dat alleen de sterke ideeën overleven. Je zult vaak zien dat die structuren in gebruik blijven die of makkelijk te binden of snel gelegd zijn (want snel hoeft niet makkelijk te zijn) of beide. Meestal zijn de handelingen eenvoudig en de resulterende structuren heel effectief. Bij pleziervissers worden die wetmatigheden doch vaak met vissersvoeten getreden. Zij bedenken meestal ingewikkelde dingetjes in allerlei dunne kunststof snoertjes. Hieronder heb je een drietal knooppjes die je daar een voorbeeld van geven.

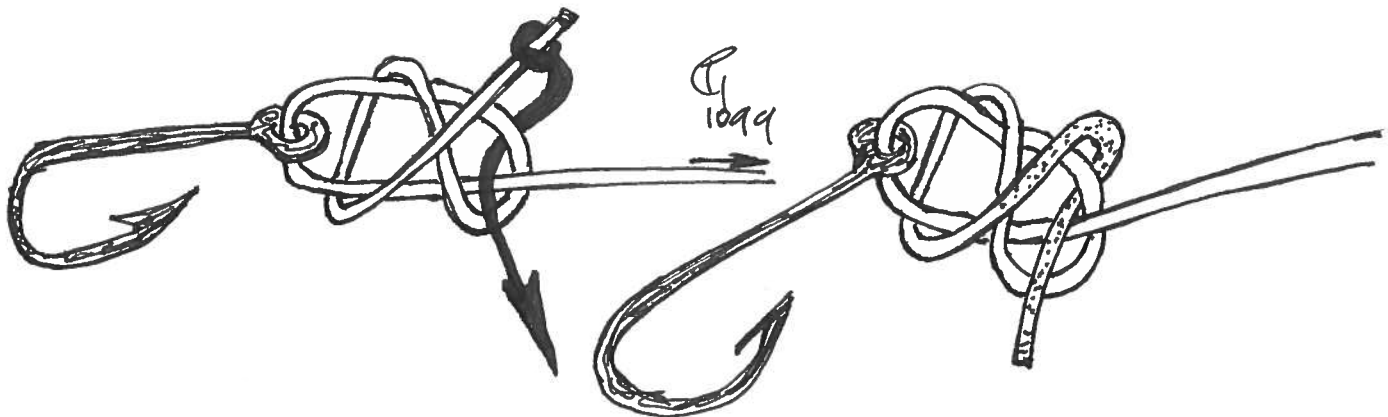
Een variatie op de Nagel Knoop



Een Lus in de Lijn Knoop



De Crawford Knoop

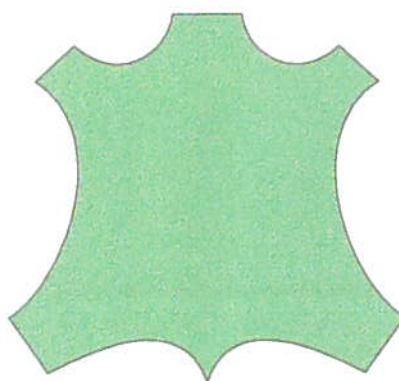


*Knopen en Splitsen  
Droeger werd er in de  
scheepvaart heel veel gebruik  
gemaakt van touw en zeil  
tegenwoordig hoeft dit niet  
meer, dus de kennis van*



*Knopen, Splitsen en Zeilnaaien is haast verdwenen  
Wij zijn bij de tuinvereniging Lestienhoven in de  
kantine op de zondagmiddag bezig met een cursus om  
deze kennis in stand te houden, de cursus is om de 14 dagen  
van 13.00-16.00 uur*

*Tevens kunt u leren hoe  
je leer moet bewerken.*

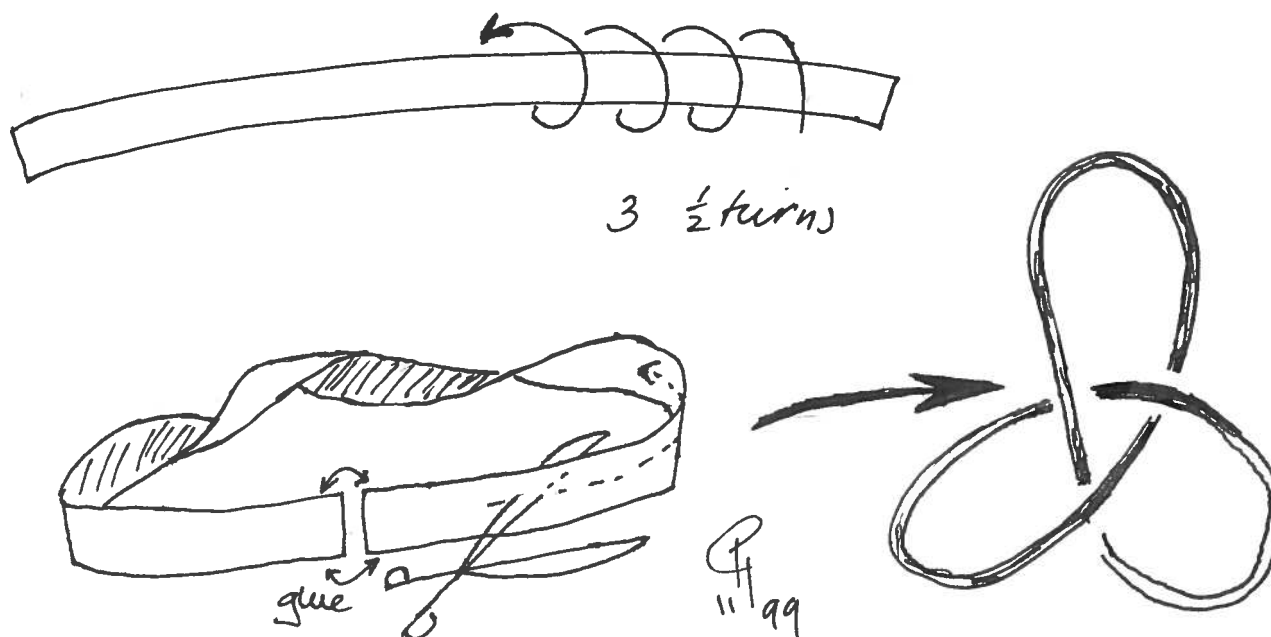


*Het adres is Tuinvereniging Lestienhoven  
Terletweg 20-21 Rotterdam*

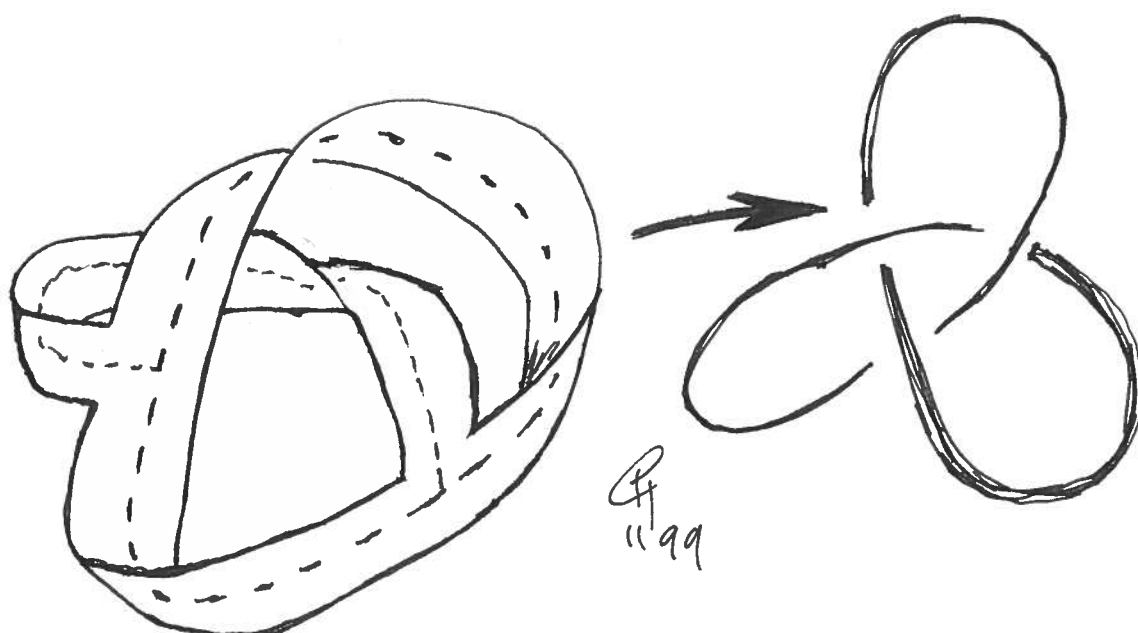
*Wilt u zich opgeven of heeft u nog vragen bel dan gerust,  
Leo van Dalsen 010-4379673 b.g.g. 06-51767968.*

## Een Knoopje Om Bolbliksems Te Maken.

Op de voorpagina van dit nummer staat een electrode in de vorm van een Möbius band. De rus I.M. Shahparonow heeft die rond 1994 gebruikt om een bolbliksem te genereren. Ja, nou en? Wat heeft dat met knopen te maken? Moet je maar eens zo'n Möbius band met drie slagen te maken uit een strip papier en die langs de lengte proberen door te knippen. Wedden dat je aangenaam verrast bent! Zie hieronder voor een korte zelfhulp cursus



Het kan natuurlijk nog gekker. Moet je eens proberen om onderstaand gedrocht langs de lengte open te knippen..... Feitelijk kun je wiskundig aan tonen dat iedere (wiskundige) knoop de rand vormt van een of ander oppervlakte in drie-dimensionale ruimte. Feitelijk kun je nog meer zeggen, maar daar is *Het Knooeknauwertje* te klein voor.



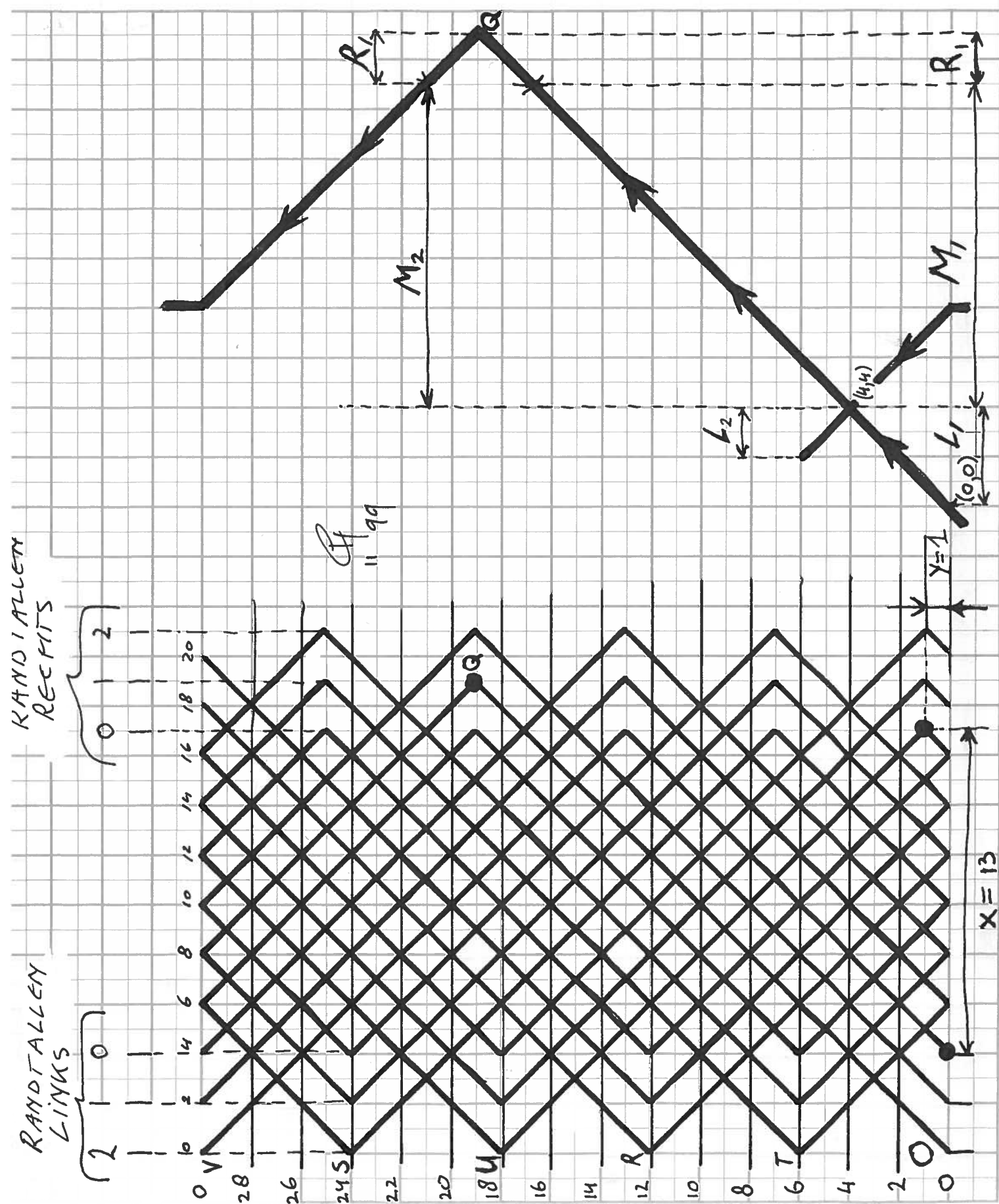
## Over Enkelstrengige Geneste Knopen

Zoals bekend kun je alle rasterdiagrammen van Reguliere Knopen door middel van 2 parameters beschrijven. De lengte van het raster (in bochten) wordt door het zogenaamde **bochtental** weergegeven. Hiervoor gebruikt men de letter  $b$ . De breedte van het raster (in parten) wordt door het zogenaamde **partental** weergegeven. Daarvoor gebruikt men de letter  $p$ . In KK15 hebben we een bewijsje geleverd dat het aantal benodigde strengen om zo'n raster te maken bepaald wordt door de grootste gemeenschappelijke deler (ggd) van  $p$  en  $b$ . Als de  $\text{ggd}(p,b)=1$ , dan heb je een enkelstrengig regulier raster van dimensies  $p/b$  te pakken. In dit artikeltje wil ik laten zien wat noodzakelijke en voldoende voorwaarden zijn om enkelstrengige rasters van Geneste Knopen te vinden.

In KK16 hebben we gezien dat je Geneste Knopen door middel van vier parameters  $(B,A,x,y)$  kunt weergeven. De rasterlengte in bochten van de Geneste Knoop wordt bepaald door het produkt van de 2 eerste parameters: het zogenaamde **nestental**, het aantal nesten door de letter  $B$  weergegeven, en de **nestdiepte**, het aantal bochten dat een nest diep is, door de letter  $A$  weergegeven. Langs het midden van een relatief brede Geneste Knoop zit een strip regulier raster. We noemen dit het **equatoriale weefsel**. Het product van  $A$  en  $B$  bepaalt de (vertikale) lengte van dit stuk raster. Met andere woorden; de lengte van het **equatoriale weefsel** is gelijk aan  $A \times B$  bochten. Onze derde parameter  $x$ , geeft de (horizontale) breedte van het equatoriale weefsel (in parten) weer.

Aan weerskanten van het equatoriale weefsel zitten het rechter- en linker- **zij-segment**. In dit artikel gaan we ervan uit dat het aantal nesten van het linker segment gelijk is aan het aantal nesten van het rechter segment. We noemen dit soort Geneste Knopen: **symmetrisch**. De niet-symmetrische Geneste Knopen hebben verschillende linker- en rechter nestdiepten (en bijgevolg verschillende nestentallen!).

We zien een Geneste Knoop dus als drie strippen weefsel, waarvan het linker- en rechter-segment even groot, doch gespiegeld, langs  $AB$  knooppunten aan het equatoriale weefsel gekoppeld zijn. We korten de namen van die drie stukken af met de letters  $L$ ,  $M$  en  $R$ . De vierde en laatste parameter  $y$  heeft te maken met de verschuiving die het  $R$ -stuk kan hebben ten opzichte van het  $L$ -stuk. De verticale verschuiving  $y$  in het geval van symmetrische Geneste Knopen wordt bepaald door het minste aantal parten (in positieve verticale richting gemeten) dat twee binnenste nesten uit elkaar liggen. Laten we eerst een willekeurige Geneste Knoop  $K(B,A,x,y)$  met  $B=5$ ,  $A=3$ ,  $x=13$  en  $y=1$  op een assenstelsel leggen om eens te bekijken (Fig.1).



Bemerk een aantal dingen:

1. De oorsprong  $O$  van het assenstel valt samen met de onderste buitenbocht van het linker zij-segment  $L$ .
2. De booglengte van het raster bedraagt  $2AB$  eenheden (hokjes).
3. Zo is het totale aantal parten  $P$  gegeven door de breedte van het equatoriale weefsel plus tweemaal het aantal parten in de zij-segmenten:

$$P = x + 2(A - 1)$$

4. De totale booglengte  $\eta_{\text{tot}}$  die een complete Geneste Knoop aflegt is de som van de af te leggen booglengtes in het M-segment plus die van R- en L-segment. Het is altijd een geheel veelvoud  $P$  van de booglengte van het raster:

$$\eta_{\text{tot}} = 2ABx + 4AB(A-1) = 2AB(x + 2(A-1)) = 2ABP$$

Laten we echter onze Geneste Knoop  $K$  stapsgewijs gaan bouwen. We zullen de oorsprong  $O$  gebruiken als startpunt voor de bouw van  $K$ . We beginnen in een naarbovengaande richting op weg naar het punt  $Q$ . Op een dergelijk traject komen we eerst door een stukje L-weefsel. Vervolgens gaan we de  $x$  parten door het M-stuk van het equatoriale weefsel en uiteindelijk hebben we een stukje van het R-segment. Omdat ons assenstelsel zodanig gekozen is dat iedere kruising van het raster op een roosterpunt valt, zijn we in de gelukkige omstandigheid dat, als we de stukjes tussen de bezochte roosterpunten tellen, we meteen de afgelegde boogafstand langs de cylinder hebben waarop we ons raster willen leggen. Dus de "hoogte"  $\eta$  die ons te volgen pad bereikt wordt gegeven door de som van de doorkruiste diagonaaltjes in L, M en R. Omdat we met de eerste halve slag beginnen indiceren we de hoogte  $\eta$  met een '1' en vinden:

$$\eta_1 = L_1 + M_1 + R_1 = 4 + 13 + 2 = 19$$

Tel maar na dat  $L_1 = 4$ ,  $M_1 = 13 = x$  en  $R_1 = 2$ . Het getal  $\eta_1$  komt overeen met beide coördinaten van de eerste rechter bocht die we ontmoeten (zie Fig.1 punt  $Q(19,19)$ ). Als je zo doorgaat, kun je voor de verticale coördinaat van de eerstvolgende te ontmoeten linker bocht in het punt (2,6) na de tweede halve slag vinden dat:

$$\eta_2 = \eta_1 + R_1 + M_2 + L_2 = 19 + 2 + 13 + 2 = 36$$

Er is echter een klein probleemp. Het raster is slechts  $2AB = 2.3.5 = 30$  eenheden hoog. Dat probleem lossen we op door de volgende notatie:

$$|\eta_2|_{2AB} = |36|_{30} = 6$$

Even over die schrijfwijze. De geïndiceerde verticale strepen zijn een gangbare notatie die in de **modulaire aritmetiek** wordt gebruikt. Het systeem werkt precies zoals je dat kent van een analoge klok. Als je om middernacht op zo'n klok kijkt staan beide wijzers op de 12. Kijk je 13 uur later nog een keer, dan is de grote wijzer niet van zijn plek af geweest (lijkt het) en is de kleine wijzer naar de 1 gegaan. We zeggen meestal niet dat 12 plus 13 gelijk is aan 25 uur of zo, maar dat het 1 uur geworden is. Met andere woorden we trekken lekker stiekum een aantal malen 12 van die 25 af en krijgen zo 1 uur, of 13 uur. Wat *jij* wilt.

De zojuist geïntroduceerde notatie is een schrijfwijze voor wat de rest wordt van een bepaald getal na aftrek van een willekeurig veelvoud van de **modulus** (het getalletje in de index). Nog een paar voorbeelden? Nou, vooruit dan maar! Zo is  $|87|_{17} = 2$ , want je kunt immers 5 keer de modulus 17 van 87 aftrekken en dan 2 overhouden. Evenzo zijn  $|88|_{17} = 3$ ,  $|89|_{17} = 4$ ,  $|-87|_{17} = 15$  en  $|187|_{17} = 0$ . Laten we maar terugkeren naar onze Geneste Knopen Bouw.

De tweede bezochte rechter bocht na de derde halve slag heeft de hoogte:

$$\eta_3 = |\eta_2 + L_2 + M_3 + R_2|_{2AB} = |6 + 2 + 13 + 4|_{30} = |25|_{30} = 25$$

Zo kun je tot sintjuttemis doorgaan. Je ziet echter al gauw dat voor de  $i$ -de hoogte  $\eta_i$  de middenstukken  $M_i$  steeds dezelfde grootte behouden (namelijk  $x = 13$ ), maar dat de  $L$ - en  $R$ -stukken variabel zijn. Hoe zou je hun grootte kunnen bepalen? Dat weet je zodra je weet welk randtal bezocht gaat worden. **Randtallen** zijn speciale "horizontale coördinaten van de bochten in de nesten". Ze kunnen de waarden  $0, \dots, A-1$  aannemen en zijn van binnen naar buiten horizontaal toenemend genummerd (zie Fig.1). Als je weet welk randtal je gaat bezoeken, dan weet je wat de bijdrage aan de hoogte zal zijn voor het te bezoeken  $L$ - of  $R$ -segment. Laten we daartoe de  $\nabla$ -functie introduceren; ook wel de **potentiaal** genoemd.

De potentiaal geeft in de bochten van de linker- en rechterrاند van het equatoriale weefsel aan welk **randtal** bezocht gaat worden. Bemerk eerst 2 dingen:

1. We spreken hier over een *upward braiding direction*; we beginnen dus in de onderste linker buitenbocht en werken het diagram in een opwaartse richting af en
2. dat de bochten van het equatoriale weefsel in feite de binnenste verzameling nesten vormen. Daar stellen we de potentiaal gelijk aan nul.

De waarden van de potentiaal zijn dus elementen uit de verzameling  $\{0, 1, 2, \dots, A-1\}$ . De potentiaal aan de linkerrand van het equatoriale weefsel geven we weer d.m.v een met  $L$  geïndiceerd vreemd lettertekentje, dat nabla heet:  $\nabla_L$ . Aan de rechterrاند van het equatoriale weefsel hebben we een soortgelijke  $\nabla_R$ . In Fig.2 zie je hoe deze beide potentialen ten opzichte van een horizontale lijn door de oorsprong  $O$  voor Geneste Knoop  $K(5, 3, 13, 1)$  voor toenemende hoogte bepaald zijn:

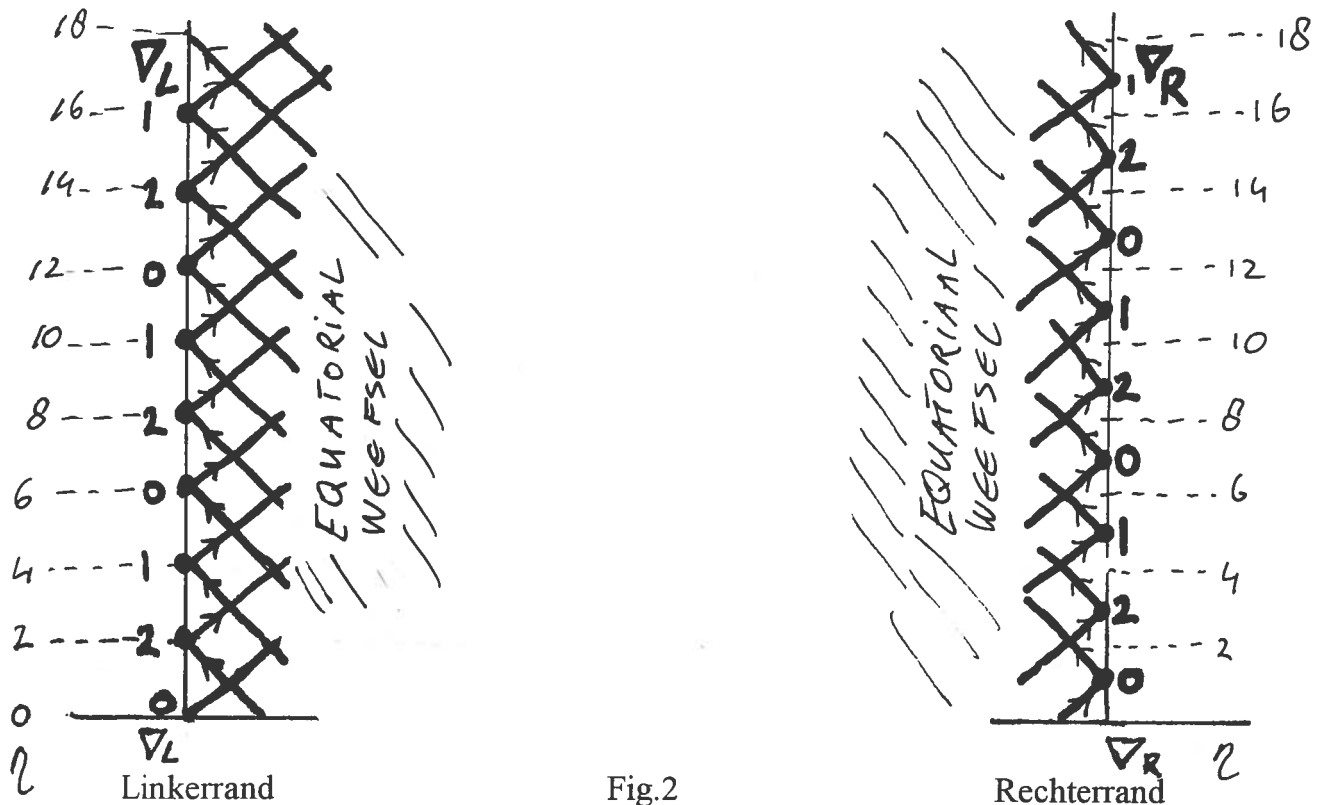


Fig.2

De formules voor de linker- en de rechter potentiaal zijn van de bereikte hoogte  $\eta$  afhankelijk:

$$\nabla_L = | -\frac{1}{2} \cdot \eta |_A \quad \text{en} \quad \nabla_R = | \frac{1}{2} \cdot (y - \eta) |_A$$

Laten we eens uitrekenen, met behulp van de rechter potentiaal, wat de hoogte van de eerste slag wordt. We willen dus graag de waarde van  $R_1$  uit  $\eta_1$  met behulp van  $\nabla_{R1}$  bepalen. Die hoogte is hieronder gegeven:

$$\eta_1 = L_1 + M_1 + R_1 = L_1 + M_1 + 2\nabla_{R1}$$

Leuk om te weten dat je tweemaal de waarde van die potentiaal nodig hebt, maar welke hoogte  $\eta$  moeten we dan voor  $\nabla_{R1}$  invullen? Nogal wiesde! De hoogte dat ons pad bereikt heeft op het moment dat we in de rechterrاند van het equatoriale weefsel aangekomen zijn. Dat is:

$$\eta = L_1 + M_1 = 4 + 13 = 17$$

Daarmee wordt  $\nabla_{R1}$  dus gelijk aan:

$$\nabla_{R1} = | \frac{1}{2} \cdot (y - \eta) |_A = | \frac{1}{2} \cdot (1 - 17) |_3 = | -8 |_3 = 1$$



Een en ander is in Fig.1 makkelijk te verifiëren. Kijk maar wat de positie van het punt  $Q$  is. Het is duidelijk wat  $\nabla_{L2}$  wordt, als je weet welke waarde hoogte  $\eta$  ditmaal aanneemt:

$$\eta = | \eta_1 + R_1 + M_2 |_{2AB} = | 19 + 2 + 13 |_{30} = 4$$

Daarmee kunnen we dan nu  $\nabla_{L2}$  en dus  $\eta_2$  berekenen:

$$\nabla_{L2} = | -\frac{1}{2} \cdot \eta |_A = | -\frac{1}{2} \cdot 4 |_3 = | -2 |_3 = 1$$

$$\eta_2 = | \eta_1 + R_1 + M_2 + L_2 |_{2AB} = | \eta_1 + R_1 + M_2 + 2\nabla_{L2} |_{2AB} = | 19 + 2 + 13 + 2 |_{30} = 6$$

Als je een aantal van die halve slagen na elkaar maakt kun je uitrekenen wat de verschillende waarden van  $\nabla_L$  en  $\nabla_R$  kunnen worden. Dat is in zijn algemeenheid, dankzij eigenschappen van de modulaire aritmetiek, vrij gemakkelijk te achterhalen:

$$\nabla_{L1} = | -\frac{1}{2} \cdot \eta |_A = | -\frac{1}{2} \cdot (-2(A-1)) |_A = | A-1 |_A = | -1 |_A = A-1.$$

$$\nabla_{R1} = | \frac{1}{2} \cdot (y - \eta) |_A = | \frac{1}{2} \cdot (y - L_1 - M_1) |_A = | \frac{1}{2} \cdot (y - 2\nabla_{L1} - x) |_A = | \frac{1}{2} \cdot (y - x + 2) |_A.$$

$$\begin{aligned} \nabla_{L2} &= | -\frac{1}{2} \cdot \eta |_A = | -\frac{1}{2} \cdot (\eta_1 + R_1 + M_2) |_A = | -\frac{1}{2} \cdot (L_1 + M_1 + 2R_1 + M_2) |_A \\ &= | -\frac{1}{2} \cdot (2\nabla_{L1} + x + 4\nabla_{R1} + x) |_A = | -\frac{1}{2} \cdot (2(A-1) + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (y-x+2) |_A + 2x) |_A \\ &= | -\frac{1}{2} \cdot (-2 + 2y - 2x + 4 + 2x) |_A = | -1 - y |_A. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla_{R2} &= | \frac{1}{2} \cdot (y - \eta) |_A = | \frac{1}{2} \cdot (y - (\eta_2 + L_2 + M_3)) |_A = | \frac{1}{2} \cdot (y - L_1 - M_1 - 2R_1 - M_2 - 2L_2 - M_3) |_A \\ &= | \frac{1}{2} \cdot (y - 2\nabla_{L1} - x - 4\nabla_{R1} - x - 4\nabla_{L2} - x) |_A \\ &= | \frac{1}{2} \cdot (y + 2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (y-x+2) |_A - 4 \cdot | -1 - y |_A - 3x) |_A \\ &= | \frac{1}{2} \cdot (y + 2 - 2y + 2x - 4 + 4 + 4y - 3x) |_A = | \frac{1}{2} \cdot (3y - x + 2) |_A. \end{aligned}$$

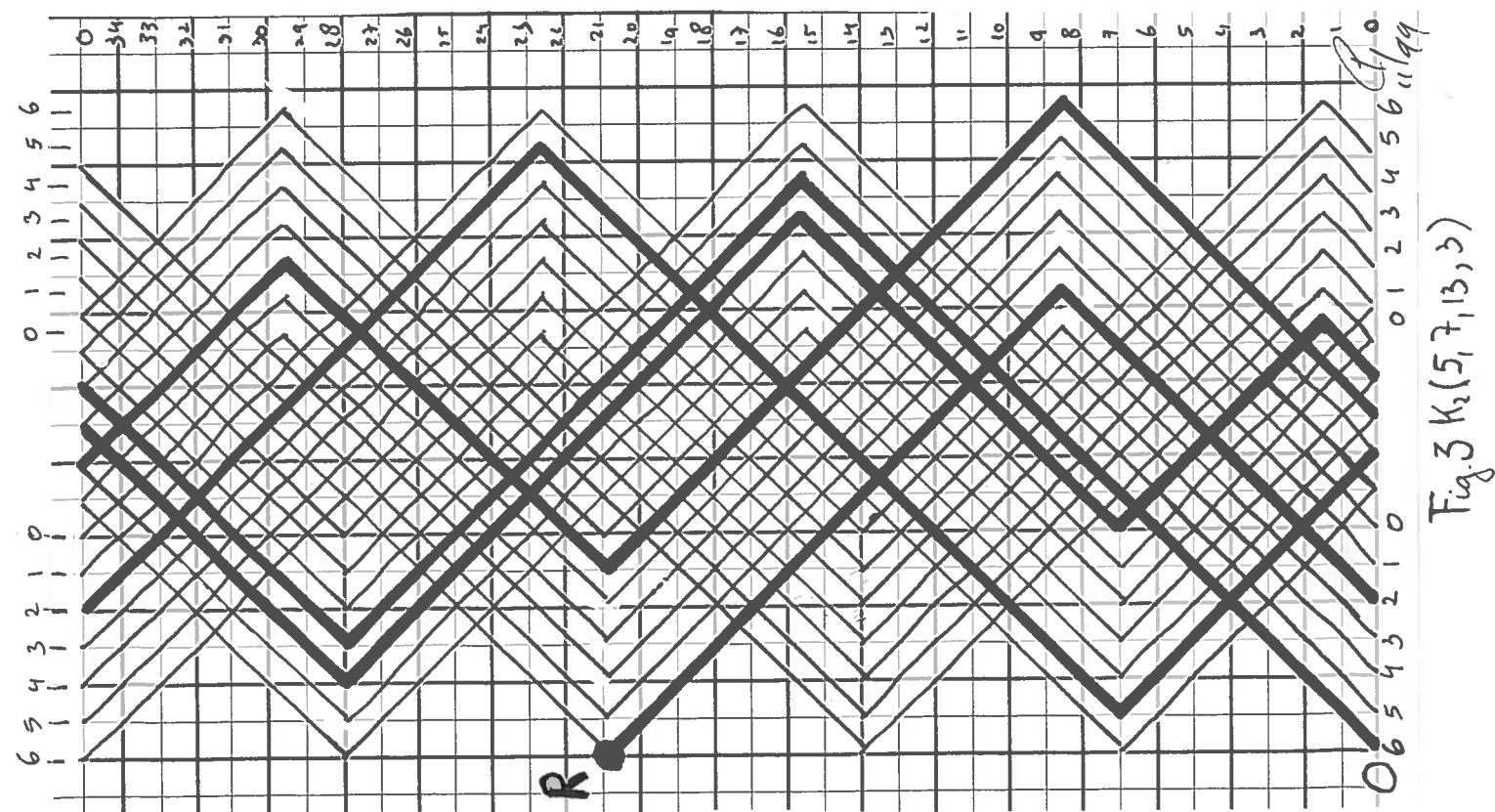
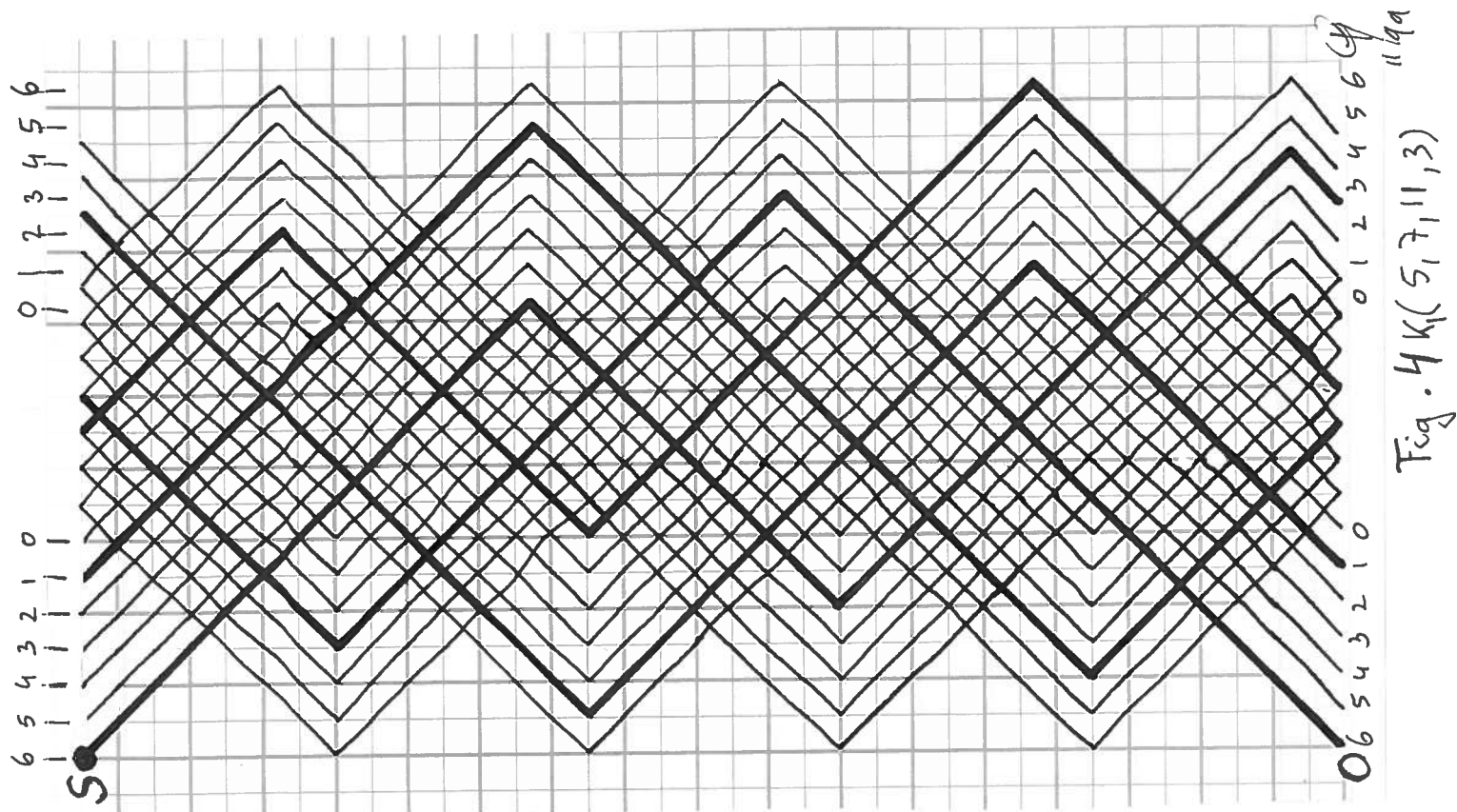
$$\begin{aligned}
 \nabla_{L3} &= | -\frac{1}{2} \cdot \eta |_A = | -\frac{1}{2} \cdot (\eta_3 + R_2 + M_4) |_A \\
 &= | -\frac{1}{2} \cdot (L_1 + M_1 + 2R_1 + M_2 + 2L_2 + M_3 + 2R_2 + M_4) |_A \\
 &= | \frac{1}{2} \cdot (2\nabla_{L1} + x + 4\nabla_{R1} + x + 4\nabla_{L2} + x + 4\nabla_{R2} + x) |_A \\
 &= | -\frac{1}{2} \cdot (-2 + 4 \cdot | \frac{1}{2} \cdot (y - x + 2) |_A + 4 \cdot |-1 - y|_A + 4 \cdot | \frac{1}{2} \cdot (3y - x + 2) |_A + 4x ) |_A \\
 &= | -\frac{1}{2} \cdot (-2 + 2y - 2x + 4 - 4 - 4y + 6y - 2x + 4 + 4x) |_A = | -1 - 2y |_A.
 \end{aligned}$$

Bemerk dat er een structuur herkenbaar begint te worden voor de  $\nabla_{Li}$  en de  $\nabla_{Ri}$  :

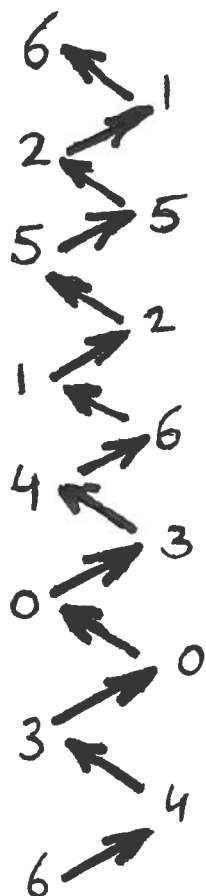
$$\nabla_{Li} = | -1 - (i - 1) \cdot y |_A \quad \text{en} \quad \nabla_{Ri} = | \frac{1}{2} \cdot ((2i - 1) \cdot y - x + 2) |_A$$

Valt je ook op dat je nu iets kunt zeggen over welke randentallen aangenomen worden? Ze zijn volledig afhankelijk van de waarden die  $\nabla_{Li}$  en de  $\nabla_{Ri}$  kunnen aannemen, en die waarden worden bepaald door de grootste gemeenschappelijke deler van  $A$  en  $y$ . Ga na, dat als  $\text{ggd}(A, y) = 1$ , je dan alle randtallen bezoekt die er zijn. Je ziet dus, dat wil je alle randentallen bezocht hebben, dat  $y$  en  $A$  geen delers gemeenschappelijk mogen hebben, behalve 1.

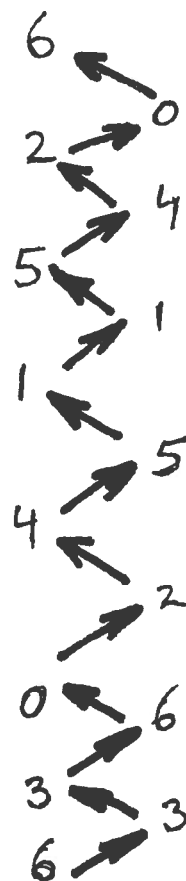
Dat  $\text{ggd}(A, y) = 1$  als voorwaarde alleen niet voldoende is om Enkelstrengige Geneste Knopen te vinden moge duidelijk zijn uit het volgende paar Geneste Knopen. Bekijk  $K_1(5, 7, 11, 3)$  en  $K_2(5, 7, 13, 3)$  wiens rasterdiagrammen in respectievelijk Fig. 4 en Fig. 3 afgebeeld zijn. In het geval  $K_1$  hebben we 5 strengen nodig en in het andere geval  $K_2$  is de knoop enkelstrengig, terwijl in beide gevallen  $\text{ggd}(A, y) = \text{ggd}(7, 3) = 1$ . Hoe dat fenomeen te verklaren?



Je moet eens goed naar de bezochte randtallen van Fig.3 en Fig.4 kijken. Ze staan hieronder voor beide figuren:



$K_2(5, 7, 13, 3)$



$K_1(5, 7, 11, 3)$

Bemerkt dat die randtallen allen mooi in een successie afgelopen worden, waarin geen enkel randtal voorkomt vóórdat alle andere  $A-1$  randtallen geweest zijn. Dat is een handige observatie voor als je enkelstrengige Geneste Knopen wilt vinden! Wat ook een handig weetigheidje is dat we in een linkerbocht beginnen dat randtal  $A - 1$  heeft en weer eindigen in een linkerbocht dat randtal  $A-1$  heeft. Een dergelijke cyclus noemen we een **terugkomst** in een bocht met hetzelfde randtal.

De successievelijke terugkomsten in het voorbeeld van Fig.1 zijn de punten  $R$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $U$  en  $V$ . Wat kunnen we over die terugkomsten in de Figuren 3 en 4 zeggen? Daar is duidelijk iets aan de hand. De eerste terugkomst in Fig.3 is het punt  $R$  en in Fig.4 het punt  $S$ . Valt je iets op? Ja, de ene valt met de oorsprong samen, toch?

Het meest interessant is daarom te weten wat de absolute waarde van de totale hoogte  $\eta$  van zo'n linkerbocht tijdens een eerste terugkomst  $T_I$  is. Die kennen we feitelijk al! Als je aanneemt dat alle randtallen bezocht worden, dus dat  $\text{ggd}(A, y) = 1$ , dan wordt dat onderstaande som:

$$\begin{aligned}
 \eta_{T_I} &= L_1 + M_1 + 2R_1 + M_2 + 2L_2 + M_3 + 2R_2 + M_4 + 2L_3 + \dots + M_{2A} + L_1 \\
 &= 2A \cdot M + 2(L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_A) + 2(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_A) \\
 &= 2A \cdot x + 2(2\nabla_{L1} + 2\nabla_{L2} + \dots + 2\nabla_{LA}) + 2(2\nabla_{R1} + 2\nabla_{R2} + \dots + 2\nabla_{RA}) \\
 &= 2A \cdot x + 4(0 + 1 + 2 + \dots + A-1) + 4(0 + 1 + 2 + \dots + A-1) \\
 &= 2A \cdot x + 2A \cdot (A-1) + 2A \cdot (A-1) \\
 &= 2A(x + 2(A-1)).
 \end{aligned}$$

Je kunt de lengte van het traject dat je moet afleggen om een eerste terugkomst te hebben ook anders schrijven:

$$\eta_{T_I} = 2A \cdot P$$

Het valt wel heel erg verschrikkelijk veel op dat bovenstaande  $\eta_{T_I}$  in dit geval een factor  $B$  scheelt met de  $\eta_{\text{tot}}$  die we reeds voor willekeurige rasters van Geneste Knopen ontmoet hebben. Vindt je niet? De verklaring is redelijk eenvoudig, als je het weet/ziet.

Jaja, maar wanneer heb je nou een Enkelstrengige Geneste Knoop? Het moge duidelijk zijn dat er twee noodzakelijke en voldoende voorwaarden zijn:

- (1) Als alle randtallen bezocht worden;  $\text{ggd}(A, y) = 1$ .
- (2) Als de omtrek van de cylinder  $2AB$  geen deler is van de eerste terugkomstlengte  $\eta_{T_I}$ .

Laten we eens naar onze formules kijken om te zien wat die over punt (2) zeggen. Het is feitelijk nogal erg eenvoudig dat er moet gelden:

$$|\eta_{T_I}|_{2AB} \neq 0$$

Met andere woorden. Als je de lengte van het traject van de eerste terugkomst  $\eta_{T_I}$  deelt door  $2AB$ , dan mag er geen rest overblijven die gelijk is aan 0. Daarmee hebben we dan direct onze tweede voorwaarde te pakken. Wanneer geldt die voorwaarde? Nou, als  $\text{ggd}(B, P) = 1$ . En waarom dan wel? Vul maar in wat we net voor  $\eta_{T_I}$  berekend hebben en werk de factor  $2A$  weg:

$$|2AP|_{2AB} \neq 0 \Leftrightarrow |P|_B \neq 0$$

## Het Knopeknaauwertje - No. 20 oktober 1999

Even een check voordat we onze konklusies bij elkaar vegen. Wat zouden we moeten krijgen als we Reguliere Knopen als een speciale vorm van Geneste Knopen bezien? Awel, dan zouden in het limietgeval, waar  $A \rightarrow 1$ , onze formules voor Enkelstrengige Geneste Knopen ook voor Enkelstrengige Reguliere Knopen moeten gelden. In het Geneste Knopen geval geldt  $\text{ggd}(A,y)=1$  en  $\text{ggd}(B,P)=1$ . Voor Reguliere Knopen hebben we dat als  $A=1$ , geldt dat  $y=0$  of  $y=1$ ,  $B=b$  en  $P=p$ . De enige formule die van belang is wordt dan  $\text{ggd}(B,P)=1$  en na substitutie van de  $B$  en  $P$ -waarden krijg je dan dat er moet gelden:  $\text{ggd}(p,b)=1$ . Onze welbekende ggd-wet van enkelstrengige reguliere rasters! Waarom  $P$  in het geval  $A=1$  gelijk wordt aan  $x$  en dus gelijk aan  $p$  zal wel duidelijk zijn. Daarnaast hebben we dat de totale lengte formule voor een willekeurige Geneste Knoop NK bepaald is door:

$$\eta_{\text{NKtot}} = 2AB (x + 2(A - 1))$$

gelijk wordt aan die voor de overeenkomstige Reguliere Knoop RK, als  $A \rightarrow 1$ :

$$\eta_{\text{RKtot}} = 2.b.p$$

**Konklusie:** Om een enkelstrengige Geneste Knoop  $(B,A,x,y)$  te vinden moet aan de volgende twee voorwaarden voldaan zijn:

$$\text{ggd}(A,y) = \text{ggd}(B,P) = 1.$$

Waar  $P = 2AB(x + 2(A-1))$  het totale aantal parten in de Geneste Knoop is.

© Pieter van de Griend  
Aarle-Rixtel June 1999 ☺



Het komt wel goed met uw huisdier mevrouw. Dit is slechts een oudwif. Het was pas een echt probleem als het een Platte Knoop was geweest!

## Wist je dat.....

...in Japan wetenschappers erin geslaagd zijn om een DNA streng vol knopen te kronkelen en als klap op de genetische vuurpijl hebben ze de eindjes ook nog even aan elkaar gesplitst. Mocht je niet weten hoe moeilijk dat is: ze zijn een maand of wat bezig geweest en hebben er elektronenmikroskopen voor gebruikt. Wil je er meer over weten haal dan even het wetenschappelijke blad *Nature* uit de bieb. (Hiermee hebben de Japanse knopenleggers voorlopig het absolute wereld record miniscule knoopjes leggen. Er worden ondertussen pogingen ondernomen om in nog veel kleinere moleculen knoopjes te leggen). Kvraag me af welke knopen die Japanners kunnen maken....

## In 2000 wederom een half jaarlijkse Gilde bijeenkomst in Nederland!!!

Tjah, je hoort wel eens wat, en wat we nou weer gehoord hebben is wel interessant. Volgend jaar organiseert Willeke van de Ham uit Velsen Noord wederom een half jaarlijkse bijeenkomst van het internationale knoop gilde. De datum zou in oktober vallen, maar zodra er meer konkrete details binnen zijn zullen we die wereldkundig maken. Je kunt ondertussen natuurlijk ook gewoon de website van het gilde blijven raadplegen. Of wachten op een verschijning van *Knotting Matters*. Wat jij wilt.



## Agenda.

West-Terschelling op zaterdag **13 november** is er een bijeenkomst in het dorsphuis. De hele middag zullen er knopen te zien zijn van KK-lezers en Klaas Knop Fondsenaren. Bel voor meer informatie naar Ineke de Kok in Dordrecht (078-6181086).

Iedere laatste zaterdag van de maand, uitgezonderd december, is er in tjalk *De Hoop*, die op de Leuve haven kade pal naast het Maritieme Museum *Prins Hendrik* ligt, een bijeenkomst van knopenleggers. De deur in de romp van het schip is open van 11.00 tot 16.00 uur. Inlichtingen kun je krijgen bij Jan Hoefnagel in Dordrecht

**De volgende *Knooeknauwer* komt in december 1999  
Tot dan !!**